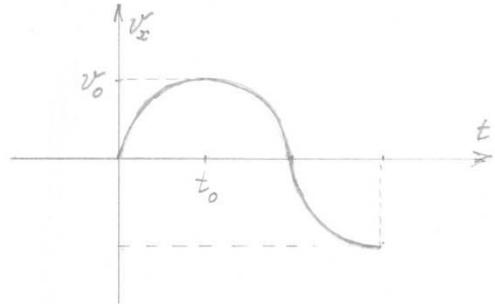


Задачи, которые показались мне интересными

Любой учитель почитает за большую удачу, когда к нему попадает ученик, ставящий себе задачу поступления в один из ведущих вузов страны, ученик амбициозный, желания которого подкреплены хорошим уровнем подготовки на предыдущих ступенях обучения. При этом самому учителю приходится подниматься в своих умениях на более высокую ступеньку, разбирать задачи, к которым ранее не было причин обращаться. Предлагаю Вашему вниманию задачи, предлагавшиеся МГТУ им. Баумана, которые меня заинтересовали в плане подготовки сильных учащихся к олимпиадам различного уровня.

Задача №1. На рисунке дан график проекции скорости от времени для прямолинейно движущегося тела, который представляет из себя дуги окружностей. Значения v_0 и t_0 известны. Определить перемещение тела за время $3t_0$.



Решение. Поскольку перемещение есть площадь под графиком скорости, определяем, что от момента времени $2t_0$ до момента времени $3t_0$ перемещение равно нулю, так как площадь под графиком берется с учетом знака, площадь второй четверти окружности будет положительной, а третьей – отрицательной. Значит, ответом станет площадь первой четверти окружности. Легко показать, что в этом случае площадь под графиком будет равна $\frac{1}{4}\pi v_0 t_0$.

Задача №2. Циклическая частота свободных малых колебаний материальной точки равна ω . Определить, через какое минимальное время импульс уменьшается в $\frac{\sqrt{2}}{2}$ по сравнению с максимальным значением.

Решение. Поскольку импульс равен произведению массы на скорость, максимальное значение импульса будет достигаться в тот момент, что и максимальное значение скорости. Уменьшение значения в

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ по сравнению с максимальным значением произойдет за счет значения гармонической функции в данный момент времени. Функции косинуса и синуса принимают данное значение при значении аргумента $\frac{\pi}{4}$. Получаем равенство $wt = \frac{\pi}{4}$. Откуда находим искомый момент времени $t = \frac{\pi}{4w}$.

Задача №3. Сосуд объема $V = 40 \text{ дм}^3$ разделен тонкой подвижной перегородкой на две части. В левую часть помещены 36 граммов воды, а в правую – 28 г азота (N_2). Температура поддерживается равной $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$. Определите объём правой части сосуда.

Решение. Для начала определим, в каком состоянии находится вода. При температуре $100 \text{ }^\circ\text{C}$ она может вся испариться. Если бы, испарившись, она заполнила весь объём 40 дм^3 , плотность водяного пара составила бы 900 г/м^3 , что много больше плотности насыщенного пара при данной температуре (588 г/м^3). Из данных прикидок следует вывод, что в левой части сосуда находится вода и ее насыщенный пар. Давление насыщенного пара составляет 100 000 Па , перегородка подвижная, поэтому давление азота также будет 100 000 Па . Зная молярную массу азота (28 г/моль), из уравнения Клапейрона-Менделеева определяем объём: $V = \frac{mRT}{MP}$. $V = 0,031 \text{ м}^3$.

Задача №4. Два равномерно заряженных тонких кольца находятся в одной плоскости и имеют общий центр, в котором находится положительный точечный заряд q . Линейная плотность зарядов одного кольца равна $+\tau$, а его радиус равен R . Линейная плотность зарядов второго кольца равна -2τ , а его радиус равен $2R$. Найдите работу сил электрического поля при перемещении заряда q из центра кольца в бесконечность, где потенциал поля принять равным нулю.

Решение. Прежде всего, работа электростатического поля при перемещении заряда из бесконечности в данную точку поля равна разности потенциалов между этими точками, умноженной на величину заряда. Поэтому необходимо определить потенциал центра системы колец. По принципу суперпозиции потенциал центра системы равен сумме потенциалов каждого кольца в отдельности. Потенциал заряженного кольца в вакууме определяется по формуле $\varphi = \frac{kq}{r}$. Заряд определится по формуле $q = 2\pi r\tau$. Тогда потенциал первого кольца рассчитаем по формуле $\varphi_1 = k2\pi\tau$. Аналогично, $\varphi_2 = -k4\pi\tau$. По принципу суперпозиции,

потенциал центра шара равен сумме потенциалов: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = k2\pi\tau - k4\pi\tau = -k2\pi\tau = -\frac{\tau}{2\varepsilon_0}$. Следовательно, работа электростатического поля равна $A = -\frac{q\tau}{2\varepsilon_0}$.

Выбор данных задач был продиктован возможностью использования их при подготовке к ЕГЭ и различным внеурочным мероприятиям. При подготовке статьи использованы материалы сайта МГТУ им. Баумана.